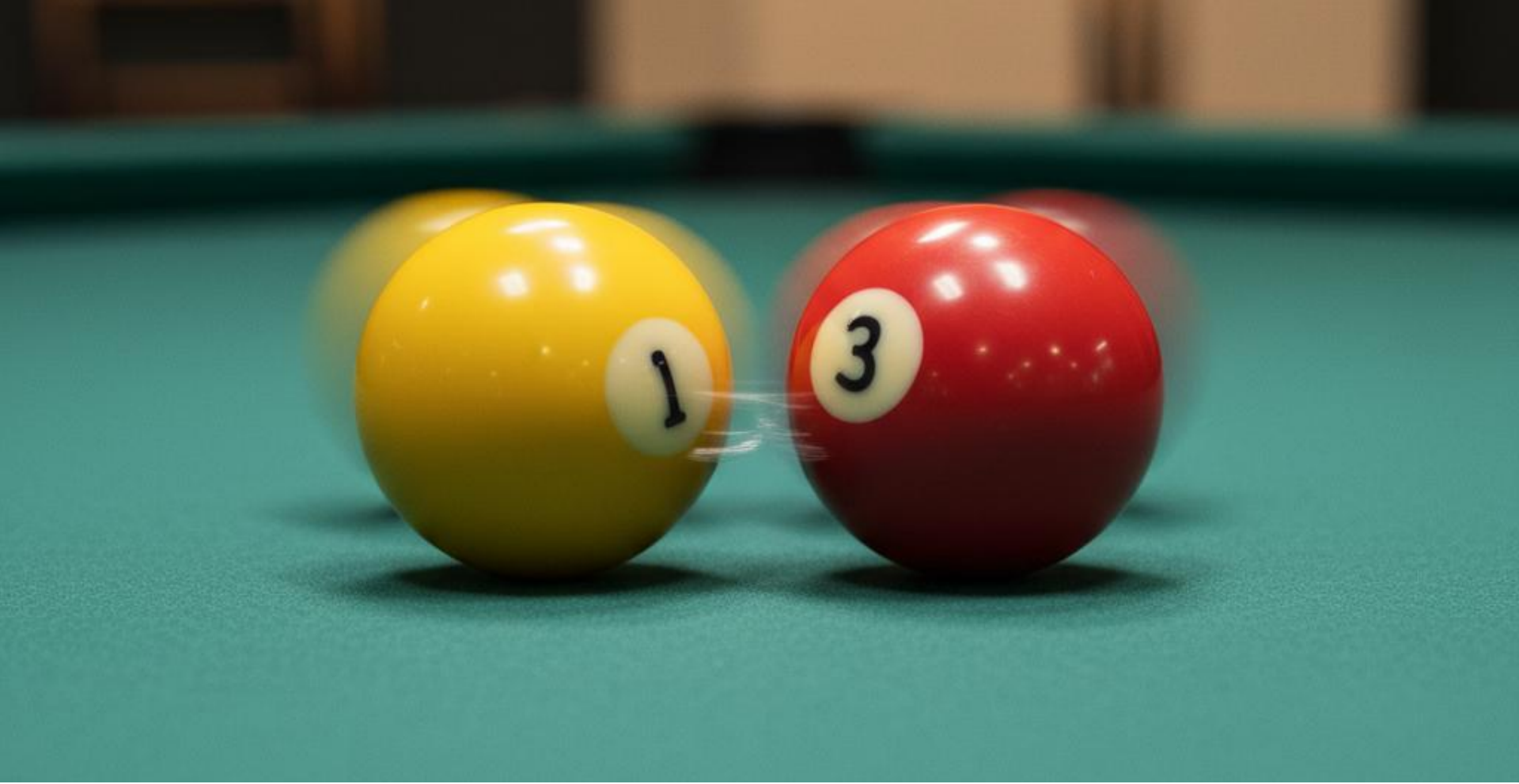




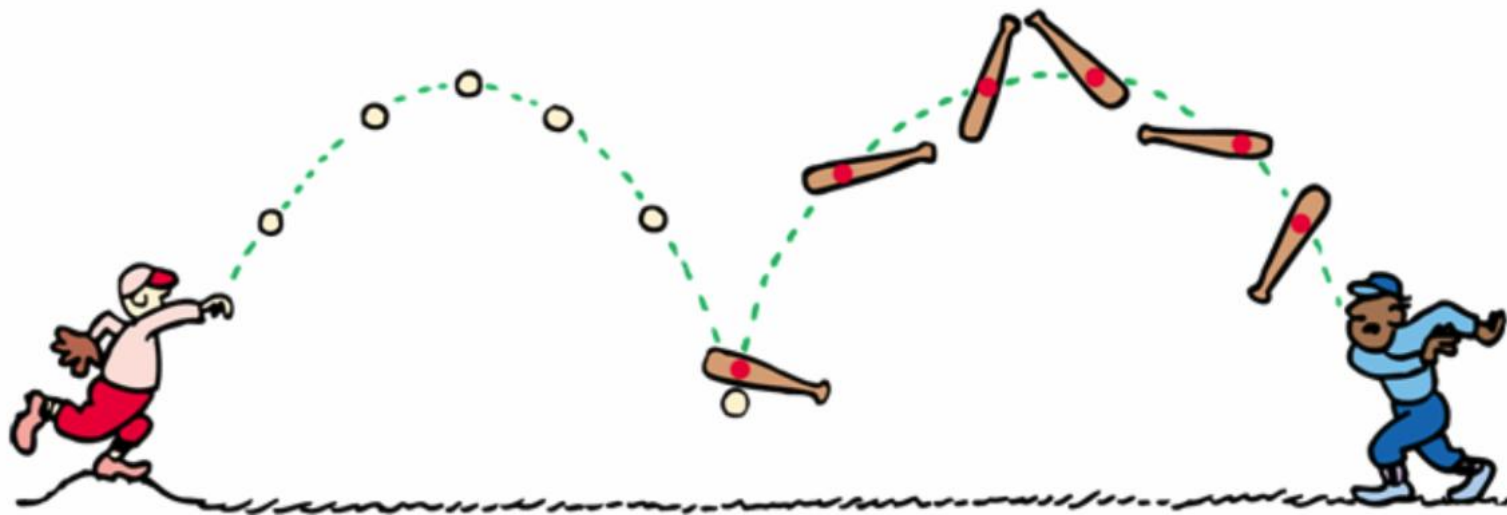
FIZYKA Z ELEMENTAMI FIZYKI RADIACYJNEJ I | WYKŁAD 5

**Środek masy, pęd,
zasada zachowanie pędu**

dr inż. Katarzyna Gwóźdź

Środek masy

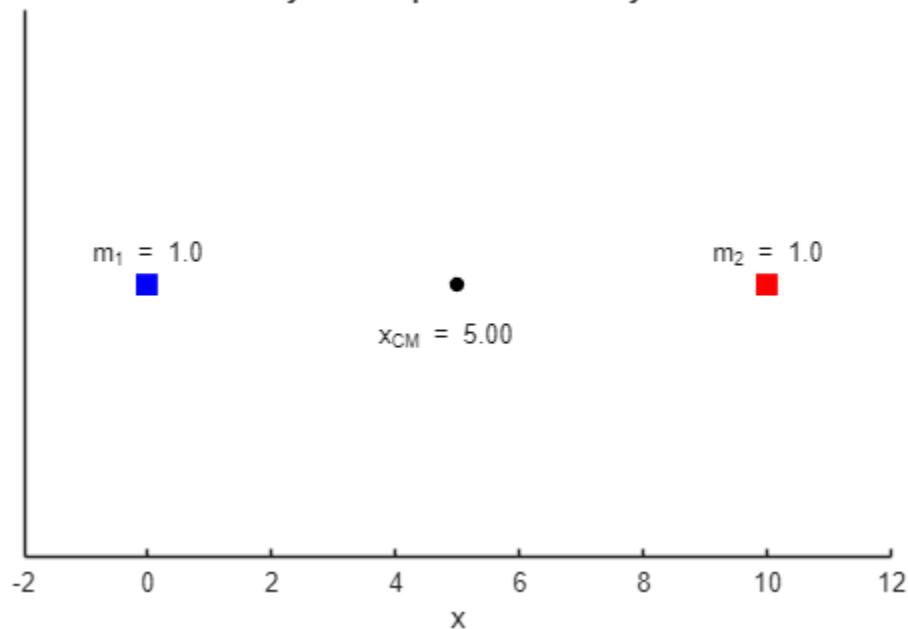
To punkt, który porusza się tak jakby była skupiona w nim cała masa ciała oraz wszystkie siły były przyłożone w tym punkcie.



Środek masy

To punkt, który porusza się tak jakby była skupiona w nim cała masa ciała oraz wszystkie siły były przyłożone w tym punkcie.

Środek masy dwóch punktów o różnych masach



W 1D:

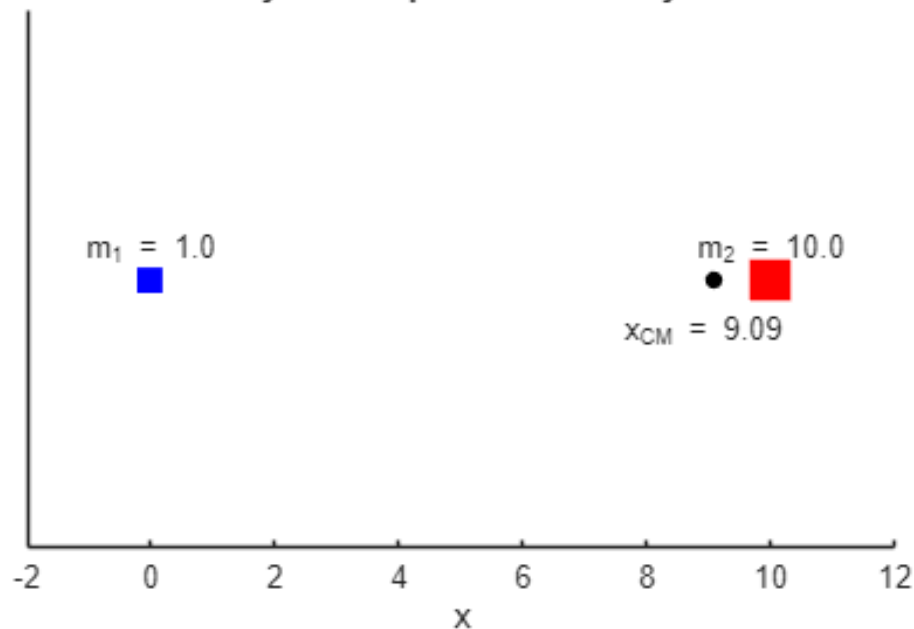
$$x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

W 3D:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

Środek masy

Środek masy dwóch punktów o różnych masach



$$x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$m_1 = 1$$

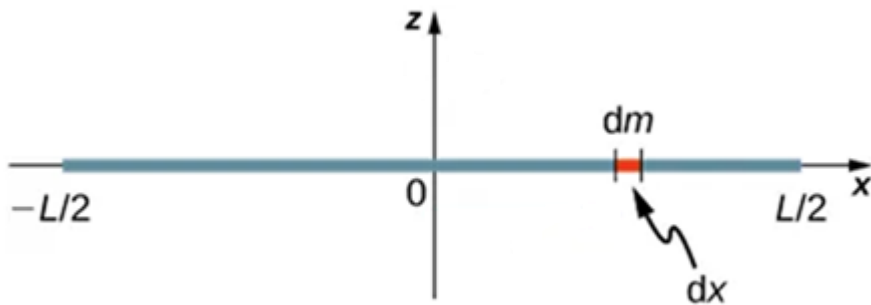
$$x_1 = 0$$

$$m_2 = 10$$

$$x_2 = 10$$

$$x_{CM} = \frac{0 * 1 + 10 * 10}{1 + 10} = \frac{100}{11} = 9,09$$

Środek masy dla ciał ciągłych



$$\rho = \frac{M}{L} = \frac{dm}{dx}$$

$$dm = \rho dx$$

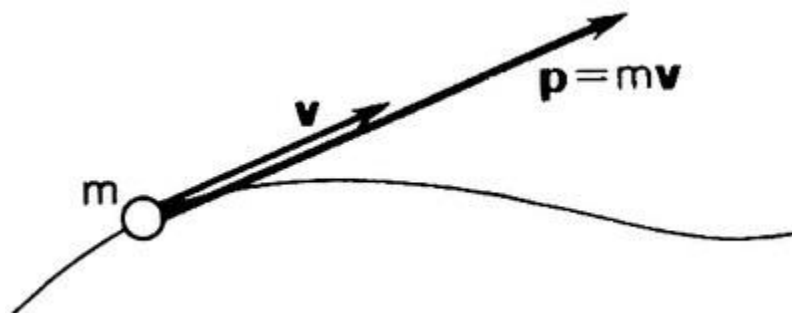
$$x_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$\begin{aligned} x_{CM} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{x dm}{M} = \\ &= \frac{1}{M} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x dm = \frac{1}{M} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \rho x dx = \\ &= \frac{\rho}{M} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} x dx = \frac{1}{L} \left[\frac{1}{2} x^2 \right]_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{2} * \frac{L^2}{4} - \frac{1}{2} * \frac{L^2}{4} \right) = 0 \end{aligned}$$

Pęd

Wielkość fizyczna opisująca mechanikę, czyli ruch i oddziaływanie obiektu fizycznego. Daje informację o tym jak trudno zatrzymać lub zmienić tor ruchu.

$$\vec{p} = m\vec{v} = m \frac{d\vec{r}}{dt}$$



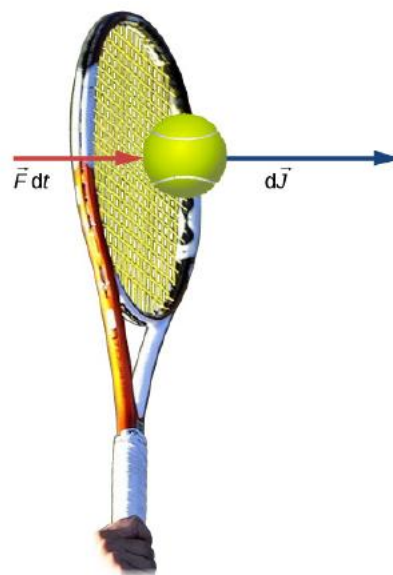
https://joannaroga.pl/prawa-ruchu/#google_vignette

Popęd – impuls siły

Powiązanie z II zasadą dynamiki Newtona.

$$F = \frac{dp}{dt}$$

$$d\vec{J} = \vec{F} dt$$



Popęd – impuls siły

$$d\vec{J} = \vec{F} dt$$

$$\vec{J} = \int_{t_0}^{t_1} d\vec{J} = \int_{t_0}^{t_1} \vec{F} dt = \int_{t_0}^{t_1} m\vec{a} dt = m[\vec{v}]_{t_0}^{t_1} = m(\vec{v}_1 - \vec{v}_0) = m\Delta\vec{v} = \Delta\vec{p}$$



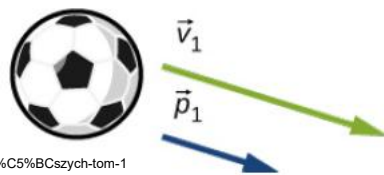
Piłce zostaje przekazany impuls $\vec{J}$



Impuls dodaje się do początkowego pędu



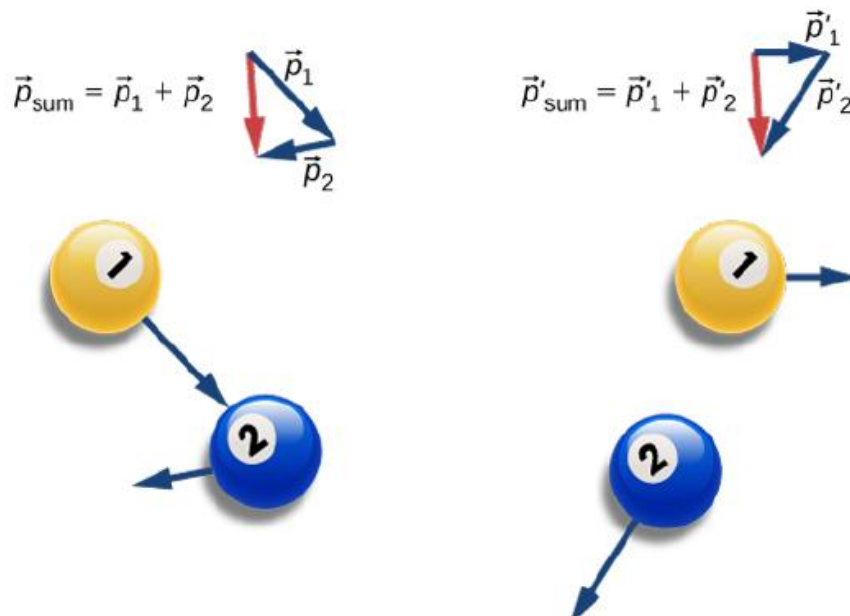
Zmiana pędu jest zatem równa impulsowi $\vec{J}$



Po zadziałaniu impulsu piłka zyskuje pęd końcowy $\vec{p}_1$ [i prędkość $\vec{v}_1$]

Zasada zachowania pędu

W układzie izolowanym całkowity pęd jest stały



$$\vec{p}_{\text{całk}} = \sum_i m_i \vec{v}_i = \text{const.}$$

Doświadczenie 2.4 i 2.5

Zasada zachowania pędu

W układzie izolowanym całkowity pęd jest stały

$$\vec{p}_{całk} = \sum_i m_i \vec{v}_i = const.$$

Porównanie zderzeń sprężystych

Układ 1: $m_1=2.0$, $m_2=1.0$



Układ 2: $m_1=1.5$, $m_2=1.0$



Środek masy zaznaczony czarnym kwadratem

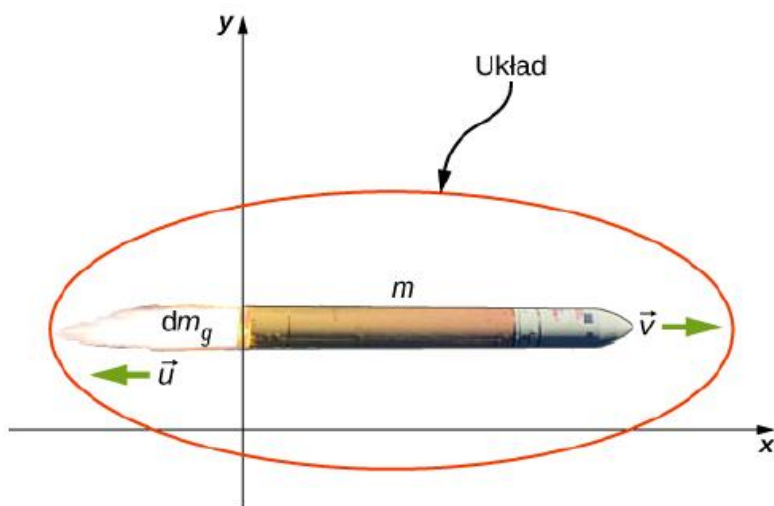
Zasada zachowania pędu

Aby pęd układu nie zmieniał się w czasie:

Masa układu podczas oddziaływania musi być stała

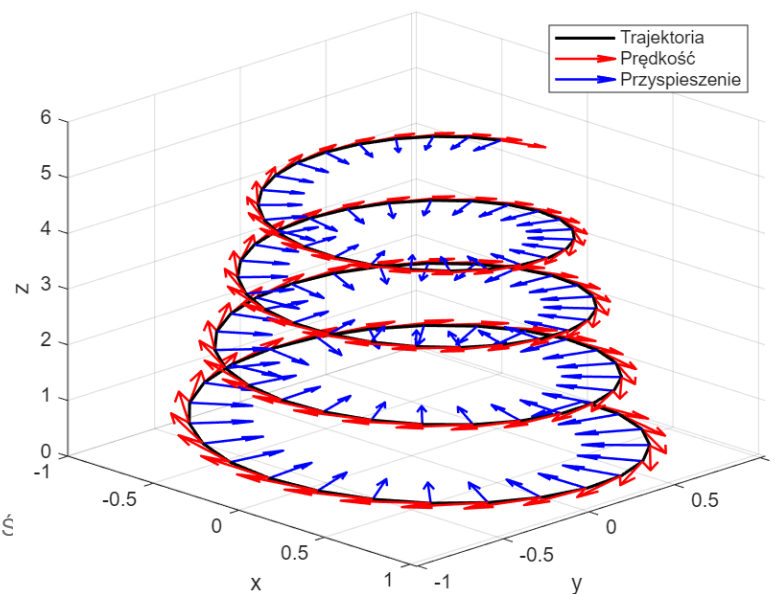
Wypadkowa sił zewnętrznych działających na układ musi być równa 0

$$\frac{dm}{dt} = 0$$



i. fiz. radiacyjnej I Ś

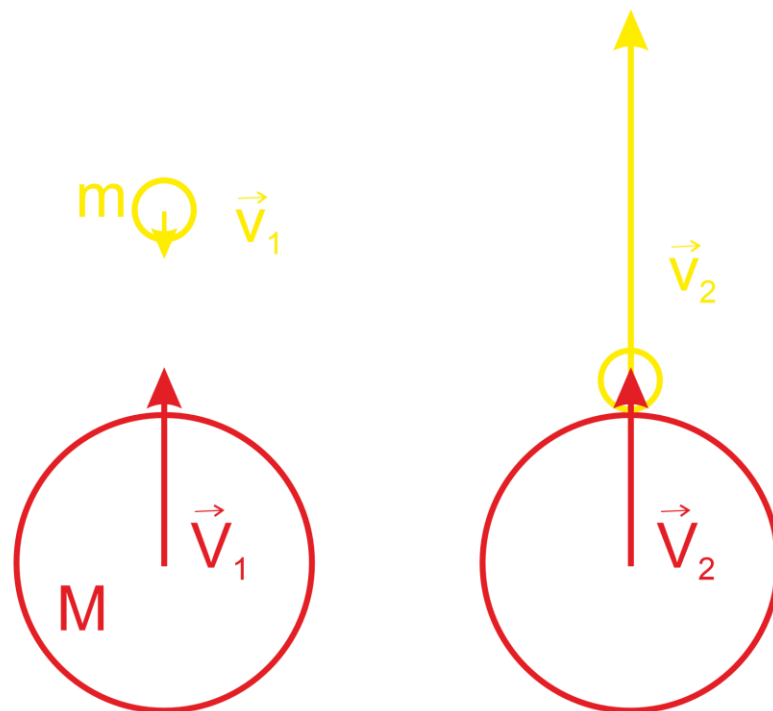
$$F_{zew} = 0$$



Zderzenia sprężyste

Zachowany pęd, zachowana energia kinetyczna

Doświadczenie 3.2



Przed zderzeniem

Po zderzeniu

Zderzenia sprężyste

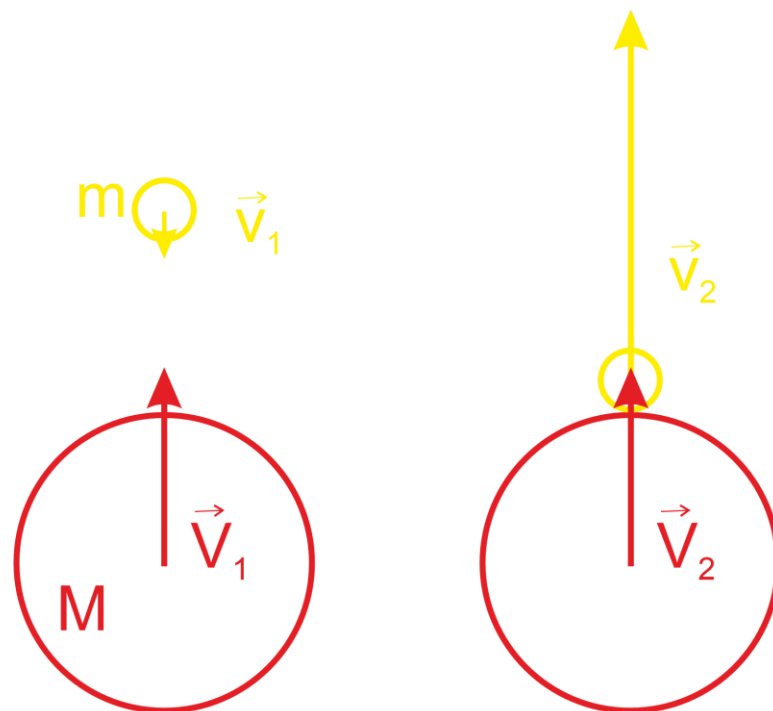
Zasada zachowania pędu:

$$p_1 + P_1 = p_2 + P_2$$

$$mv_1 + MV_1 = mv_2 + MV_2$$

Zachowanie energii kinetycznej:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}MV_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}MV_2^2$$



Przed zderzeniem

Po zderzeniu

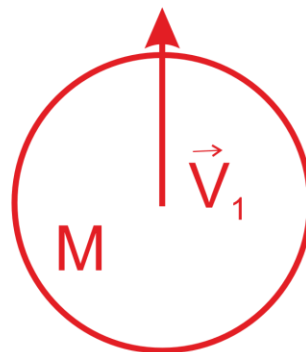
Zderzenia sprężyste

$$mv_1 + MV_1 = mv_2 + MV_2$$

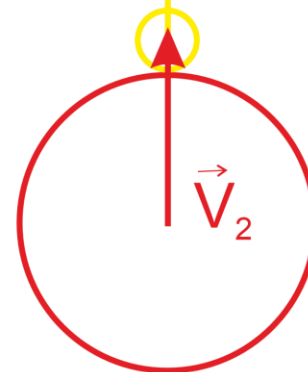
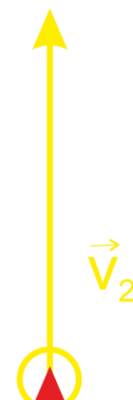
$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}MV_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}MV_2^2$$

$$v_2 = \frac{(m - M)v_1 + 2MV_1}{m + M}$$

$$V_2 = \frac{(M - m)V_1 + 2mv_1}{m + M}$$



Przed zderzeniem



Po zderzeniu

Zderzenia sprężyste

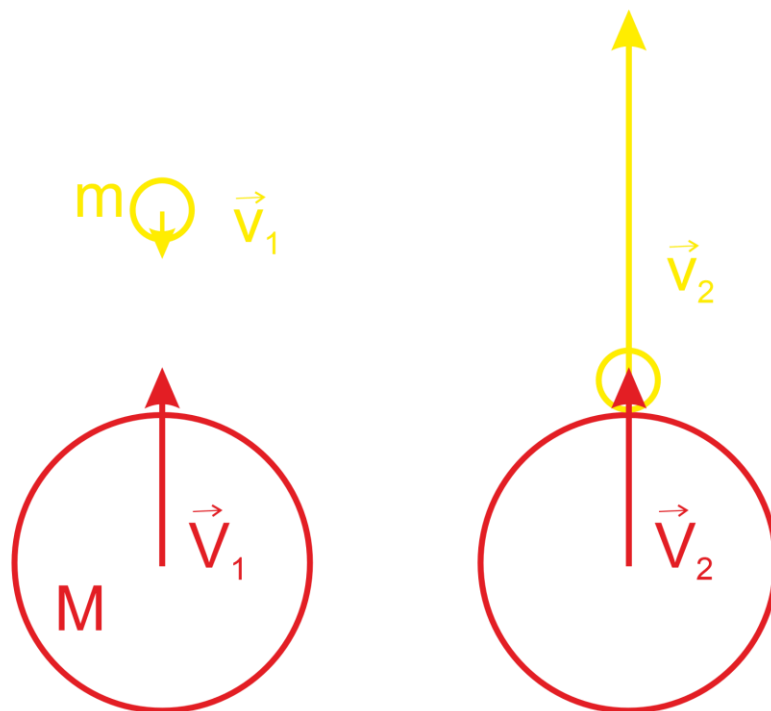
$$v_2 = \frac{(m - M)v_1 + 2MV_1}{m + M}$$

$$V_2 = \frac{(M - m)V_1 + 2mv_1}{m + M}$$

$$v_1 \approx 0 \quad m \ll M$$

$$v_2 \approx 2V_1$$

$$V_2 = V_1$$



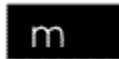
Przed zderzeniem

Po zderzeniu

Zderzenia niesprężyste

Zachowany pęd, niezachowana energia kinetyczna

Autorstwa Simon Steinmann - Praca własna, CC BY-SA 2.5, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=660525>

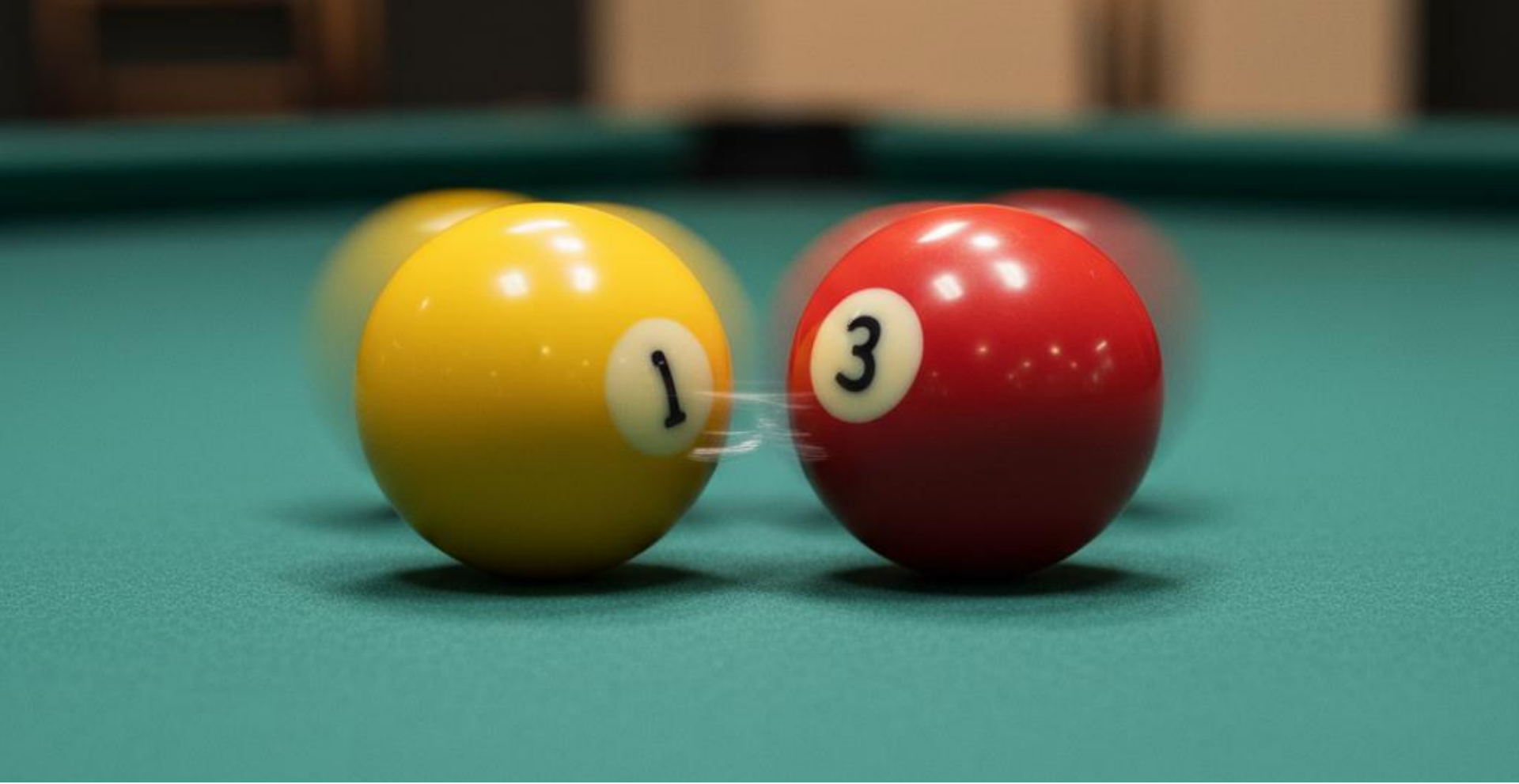


Zasada zachowania pędu:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_{układu}$$

Energia kinetyczna:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 > \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{układu}^2$$



FIZYKA Z ELEMENTAMI FIZYKI RADIACYJNEJ I | WYKŁAD 5

Dziękuję za uwagę

dr inż. Katarzyna Gwóźdź